12. Aufgabenblatt: Analysis 1

Lehrkräfteweiterbildung, 14 Q, Sommer 2025

Dozent: Hans-Joachim von Höhne

Aufgabe 12.1 Bestimmen Sie mit Hilfe der de l'Hospitalschen Regeln folgende Grenzwerte.

1) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x^3 - x^2 - x + 1}{x^3 - 3x + 2}$, 2) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{3^x - 1}{x^3 - 3x}$, 3) $\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{\ln(x)}{\sqrt{x}}$,

4) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x^2 - \sin^2(x)}{x^4}$, 5) $\lim\limits_{x\to 0} x^x$, 6) $\lim\limits_{x\to +\infty} (1 + 1/x)^x$.

Aufgabe 12.2 Sei $I \subset I\!R$ ein Intervall und $f : I \longrightarrow I\!R$ eine 2-mal differenzierbare Funktion mit f'' stetig. Zeigen Sie, dass für alle $p \in I^o$ folgendes gilt:

$$f''(p) \;=\; \lim_{h\to 0} \frac{f(p+h) + f(p-h) - 2\,f(p)}{h^2}$$

Aufgabe 12.3

1) Bestimmen Sie das Taylor-Polynom $T_5(x)$ beim Entwicklungspunkt $p = 1$ von

$$f(x) \;=\; x^5 - 7x^3 + 3x^2 + 5x + 8\,.$$

2) Bestimmen Sie das Taylor-Polynome $T_2(x)$ an der Stelle $p = 8$ für folgende Funktion g, und vergleichen Sie $T_2(10)$ mit $g(10)$.

$$g(x) \;=\; \sqrt[3]{x}$$

Aufgabe 12.4 Finden Sie das n-te Taylor-Polnom $T_n(x)$ und die Taylor-Reihe $T(x)$ an der Stelle $p = 1$ der Funktion:

$$f(x) \;=\; \ln(x)$$